Triangles et angles dans un triangle

I Somme des mesures des angles dans un triangle

Somme des angles dans un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est toujours égale à 180°

Exemple d'utilisation : Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

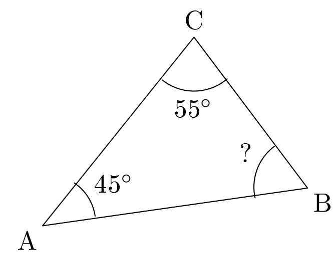
Dans le triangle ABC, la somme des mesures des angles vaut 180° ;

on a ainsi $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = 180°$

D'où $\widehat{ABC} + 55° + 45° = 180°$

d'où $\widehat{ABC} + 100° = 180°$

et donc $\boxed{\widehat{ABC} = 180° - 100° = 80°}$



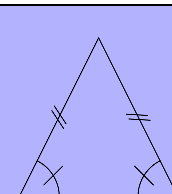
Visualisation de cette propriété + démonstration en vidéoprojection :

https://youtu.be/NpSlHEgZMCc

II Angles et triangles particuliers

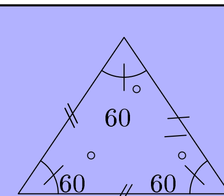
Le cas du triangle isocèle

- **Si** un triangle est isocèle, **alors** ses deux angles à la base sont de même mesure.
- **Si**, dans un triangle, deux angles ont même mesure, **alors** ce triangle est isocèle.



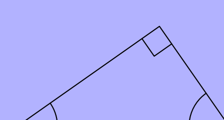
Le cas du triangle équilatéral

- **Si** un triangle est équilatéral, **alors** tous ses angles mesurent 60°.
- **Si**, dans un triangle, les trois angles mesurent 60°, **alors** ce triangle est équilatéral.



Le cas du triangle rectangle

- **Si** un triangle est rectangle, **alors** ses deux angles aigus sont complémentaires (*c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut 90°*).
- **Si**, dans un triangle, deux angles sont complémentaires, **alors** ce triangle est rectangle.



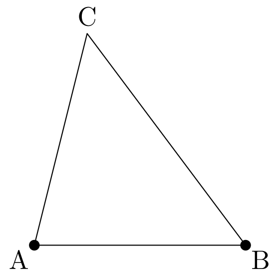
III Utiliser l'inégalité triangulaire

Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Dans le triangle ABC, on a :

$$\begin{cases} AB<AC+CB \\ AC<AB+BC \\ BC<BA+AC \end{cases}$$



Cette propriété revient à dire que, pour aller du point A au point B, il est plus court d'aller directement de A à B (*en suivant le segment* [AB]) que de passer par C (*si celui-ci n'est pas sur le trajet direct, c'est-à-dire le segment* [AB])

Vérifier qu'un triangle est constructible

Pour vérifier s'il est possible de construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés, il suffit de vérifier que la somme des longueurs des 2 petits côtés est supérieure à la longueur du plus grand côté.

Exemple 1

On veut savoir si le triangle ABC, avec AB=6cm, AC=4cm et BC=3,5 cm est constructible ou pas.

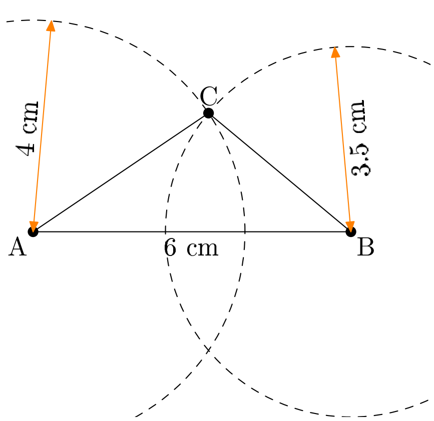
On prend la longueur du plus long côté :

AB=6 cm

et on compare avec la somme des longueurs des deux autres côtés :

AC+BC=4+3,5=7,5 cm.

Comme AB<AC+BC, le triangle **<u>est</u>** constructible.



Exemple 2

On veut savoir si le triangle ABC, avec AB=7cm, AC=4cm et BC=2,5 cm est constructible ou pas.

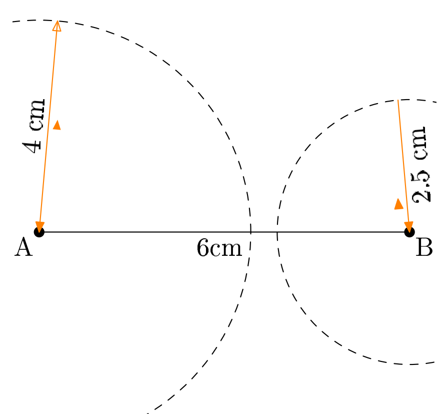
On prend la longueur du plus long côté :

AB=7 cm

et on compare avec la somme des longueurs des deux autres côtés :

AC+BC=4+2,5=6,5 cm.

Comme AB>AC+BC, le triangle **<u>n'est pas</u>** constructible.



Cas d'égalité

- **Si** un point M appartient au segment [AB], **alors** on a AB=AM+MB
- **Si** trois points A, B et M sont tels que AB=AM+MB, **alors** M appartient au segment [AB].